

## Chapitre III

### Les capteurs à inertie

-----

Dans le chapitre précédent, nous avons vu le principe de l'oscillateur amorti. Nous allons voir dans ce chapitre les diverses réalisations techniques et les nouvelles contraintes rencontrées. Ces différents capteurs peuvent être ramenés à un seul et unique concept de capteur à inertie avec des paramètres de différentes valeurs. En d'autres termes, tous ces capteurs sont constitués d'une masse attachée à un bras qui va prendre trois longueurs caractéristiques : infinie, finie et nulle. Au bout de ce bras (de longueur finie) est attaché un pivot qui lui est perpendiculaire. Les différentes orientations du bras et de l'axe du pivot ainsi que la longueur du bras vont caractériser les capteurs décrits ci-dessus.

#### 3.1 les différents modèles de capteur

Au début du XX<sup>ième</sup> siècle, l'imagination et l'isolement des savants de l'époque a donné lieu à une kyrielle de modèles, tous très originaux. Au milieu de cette diversité, il est difficile de voir et de comprendre le fonctionnement de ces capteurs. La visite du musée de la sismologie à Strasbourg en est un bel exemple (<http://eost.u-strasbg.fr/musee/>).

Le design des capteurs à inertie dépend de trois paramètres :

- La longueur du bras, distance entre le centre de gravité de la masse d'inertie et l'axe du pivot. Il y a trois cas possibles : longueur nulle, finie ou infinie.
- L'orientation du bras quand il est de longueur finie.
- La direction de l'axe du pivot, quand il existe.

La figure 3.1 présente les 10 cas utilisés en sismométrie.

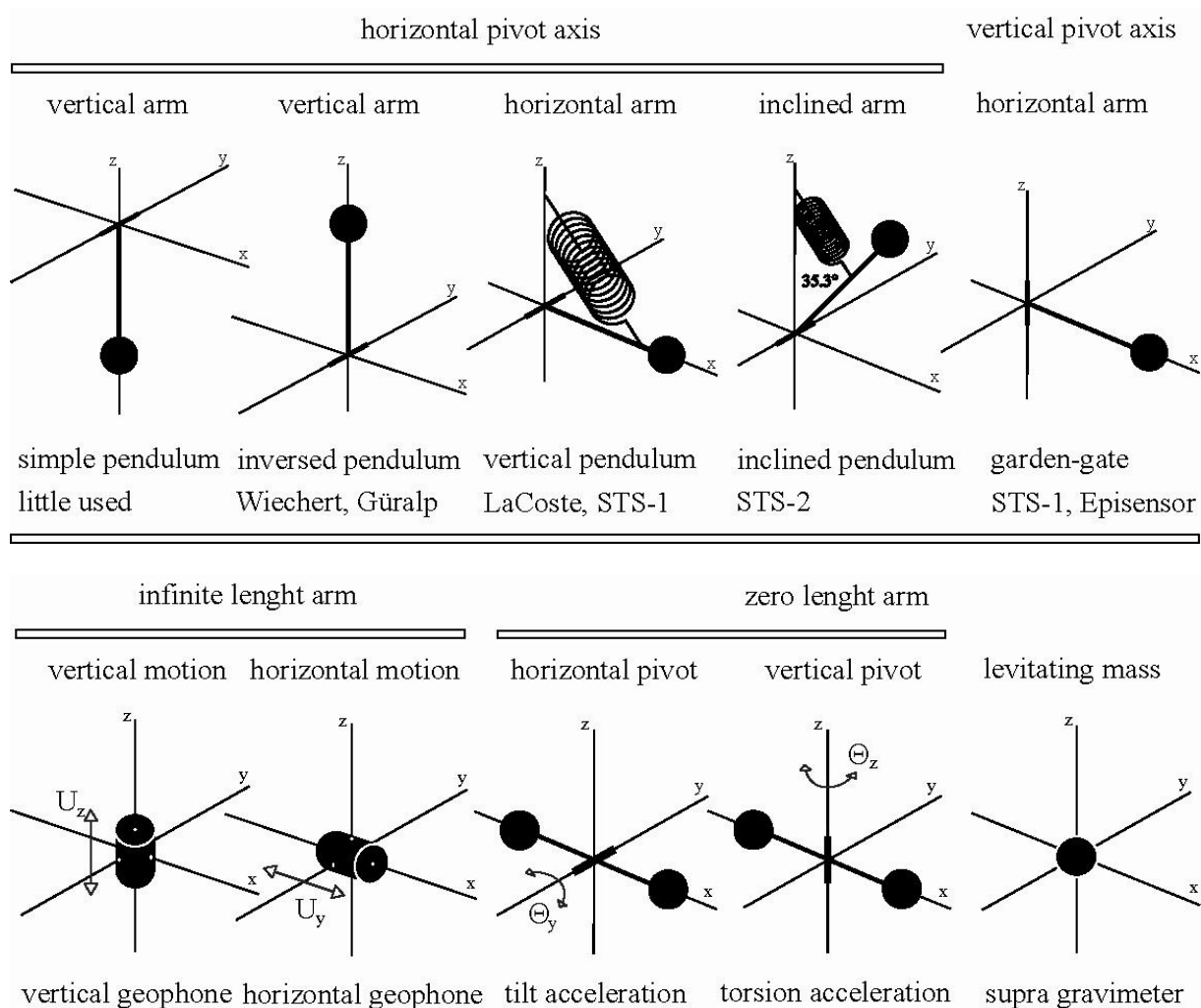


Figure 3.1. Les dix cas possibles de capteurs à inertie. Les cinq premiers cas ont des bras de longueur finie alors que les deux cas suivants (géophones) ont des bras de longueur infinie, suivis par les trois cas où le bras a une longueur nulle.

### 3.2 le pendule simple

C'est le pendule du professeur Tournesol. Son adaptation à la sismologie impose un bras rigide et un pivot d'axe horizontal qui n'autorise qu'un seul degré de liberté de rotation.

L'équation du pendule s'écrit :  $J\ddot{\alpha} + lF_{frott}\dot{\alpha} + lmg\alpha = \sum \text{moments extérieurs}$ , avec le moment d'inertie de la masse qui vaut :  $J = ml^2$ . Le moment de la force de rappel est facile à évaluer : il est simplement proportionnel à l'écart par rapport à la position d'équilibre. Le moment des forces de frottement, proportionnel à la vitesse angulaire, englobe de nombreux effets. L'amortissement du pendule nous permet d'en avoir une évaluation globale. On écrit :

$$\ddot{\alpha} + \frac{F_{frott}}{ml}\dot{\alpha} + \frac{g}{l}\alpha = \frac{1}{J}\sum M, \text{ avec une période propre } T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

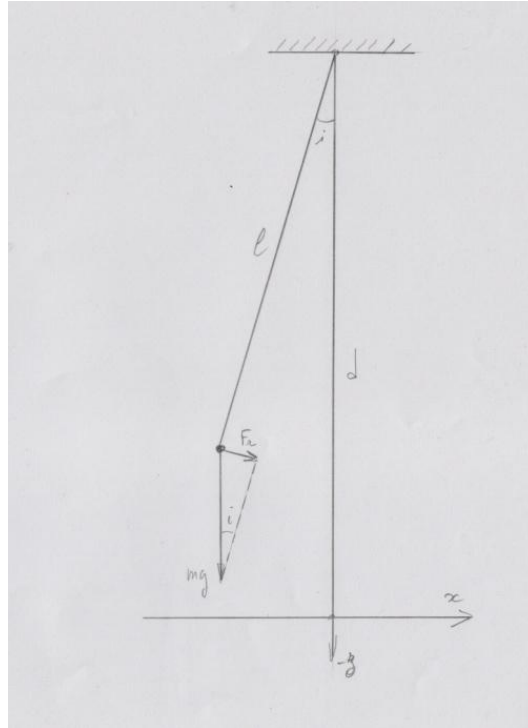


Figure 3.2. schéma d'un pendule simple. La rotation ' $\alpha$ ' autour du pivot horizontal peut-être transformé en déplacement ' $x$ ' horizontal.

Cette équation peut aussi s'écrire en fonction du déplacement horizontal  $x$ .

$$\ddot{x} + \frac{F_{frott}}{ml} \dot{x} + \frac{g}{l} x = \sum \text{Forces extérieures}$$

La période propre d'un tel pendule est fixée par la longueur du bras :  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ . Avec des dimensions raisonnables ( $l = 10$  cm) cette période propre n'est pas très longue ( $T_0 = 0.6$  s). Cette configuration a donc été très peu utilisée en sismologie et ceci malgré une méthode d'allongement de la période proposée par Romberg (1961). Une force auxiliaire appliquée par un ressort agit sur la masse quand elle sort de sa position d'équilibre. Cette force agit en sens opposé à la force produite par la gravité et qui tend à ramener la masse vers sa position d'équilibre. Les très faibles amplitudes de mouvement que l'on rencontre en sismologie rendent valide cette force auxiliaire qui augmente la période des pendules simples. Cette méthode n'a pas été très employée avec un pendule simple, mais Luiten et al. (1996) l'utilisent pour modifier la période de leur capteur d'accélération angulaire (voir § 3.8).

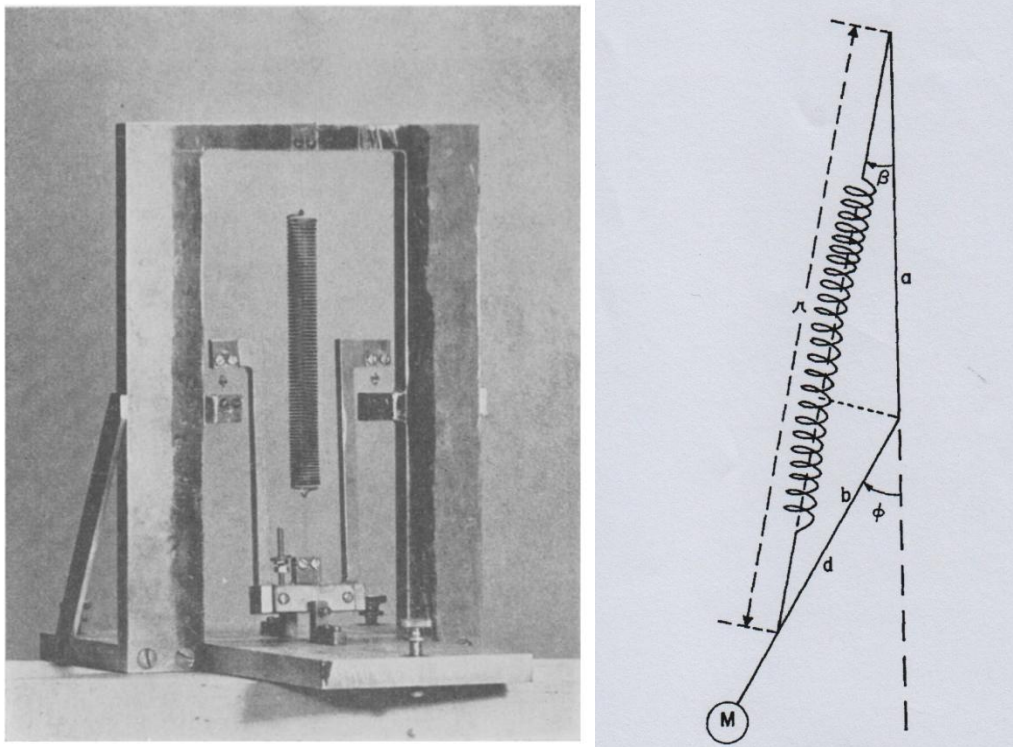
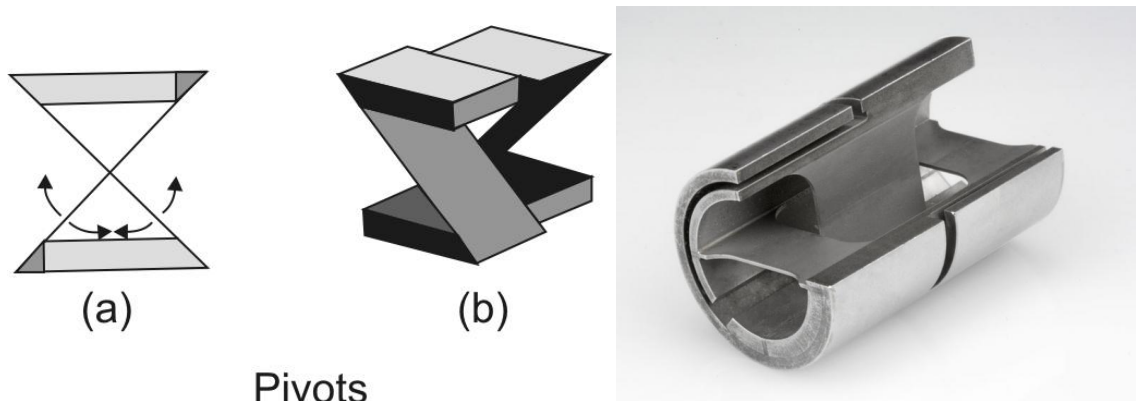


Figure 3.3. Illustrations de la force auxiliaire. (à gauche) photo du pendule de Romberg (1961) utilisant un ressort auxiliaire pour réduire la période propre. (à droite) schéma des forces agissant sur ce pendule.

### 3.3 le pendule inverse

Dans la recherche d'une plus grande sensibilité, l'usage d'une masse d'inertie en équilibre instable a été privilégié par certains constructeurs, entre autre Wiechert qui construisit son fameux pendule inversé encore visible au musée de la sismologie de Strasbourg (<http://eost.u-strasbg.fr/musee/>). Pour que cette masse en équilibre instable ait les caractéristiques d'un pendule, il faut lui appliquer une force de rappel qui ramène la masse quand elle sort de sa position d'équilibre. On peut utiliser pour cela les caractéristiques d'un pivot constitué de deux lamelles en acier très élastique croisées comme sur la figure 3.4. Quand le pivot subit une petite rotation, les lames de ressort appliquent une force qui tend à le ramener dans sa position d'équilibre. Cette force de rappel est proportionnelle à l'angle de rotation, dans le cas des très petits déplacements.



## Pivots

Figure 3.4. Pivot constitué de deux lamelles métalliques élastiques croisées (crossed blade springs). Ce type de pivot n'est utilisable que pour les petites rotations et il génère une force de rappel qui va influencer le pendule. (voir <http://www.flexpivots.com/>). La photo représente un pivot auquel il manque un 1/4 de la section pour une meilleure visibilité.

Les pivots constitués de lamelles croisées sont les plus utilisés par les sismologues mais rappelons l'usage de plus en plus rare des pointes posées dans une cuvette ou leurs opposés constitués d'un fil très fin en extension. Dans ces deux cas, il faut qu'une force s'applique en permanence sur ces pivots sous peine de les voir ne plus fonctionner correctement (figure 3.5).

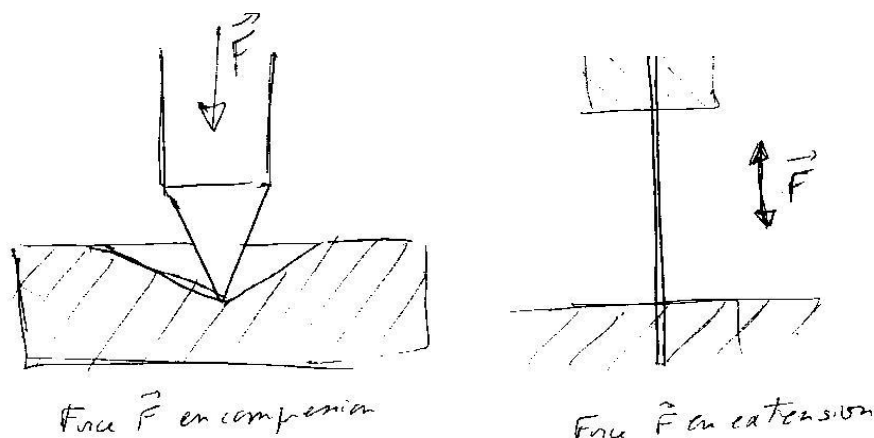


Figure 3.5. Deux sortes de pivots. (à gauche) la pointe se logue dans une cuvette. La force de maintien est en compression. (à droite). La force doit être en extension pour maintenir le fil en position de travail.

La masse d'inertie du pendule inverse subit deux types de forces de rappel : une force de rappel positive, le pivot ramène la masse à sa position d'équilibre et une force de rappel négative produite par le poids de la masse d'inertie en dehors de sa position d'équilibre (figure 3.6).

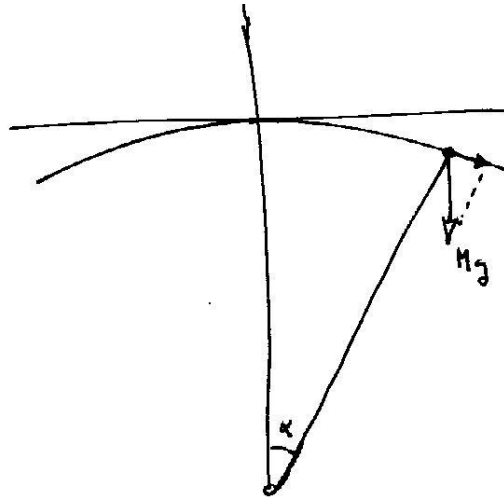


Figure 3.6. Schéma de la trajectoire de la masse du pendule inverse. Le poids de la masse hors équilibre produit une force de déséquilibre compensée par l'action du pivot.

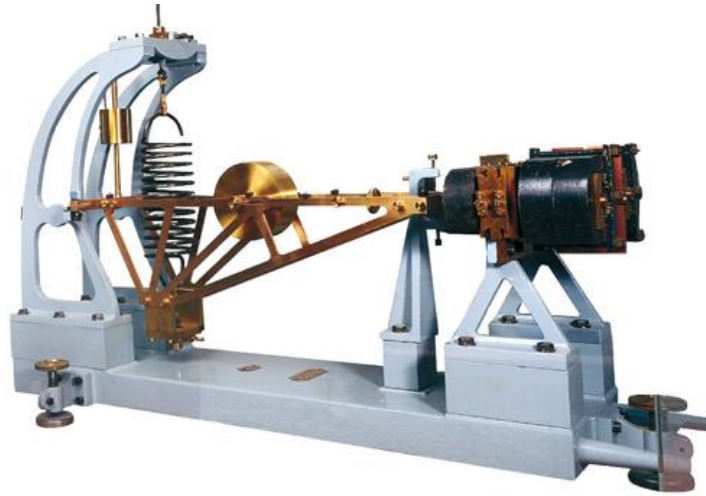
Les forces de rappel produites par les lames de ressort du pivot tendent à ramener la masse à la verticale du pivot. Les deux forces  $F_{masse} = mg \sin \alpha$  et  $F_{ressort} = k \sin \alpha$ , de sens opposées, tendent à s'annuler et la masse subit ainsi une très faible force de rappel. La période est très grande. Pratiquement, en sismologie on ne dépasse pas la valeur de 30 secondes de période propre essentiellement à cause des conditions extérieures.

Remarque : Les niveaux à bulle sont constitués d'un liquide et d'une bulle d'air contenu dans un récipient hémisphérique (mesure de l'horizontalité du plan) ou en forme de tonneau (mesure de l'horizontalité selon une direction). La bulle d'air est équivalente à la masse négative d'un pendule inverse. Un niveau à bulle que l'on fait glisser sur une table voit sa bulle se déplacer proportionnellement à l'accélération du mouvement. C'est donc aussi un sismomètre, construit à partir d'un pendule inversé et d'une masse négative. Un pendule inverse est donc aussi un capteur d'horizontalité.

### 3.4 le pendule vertical

Le pendule vertical est composé d'un bras horizontal qui porte une masse d'inertie à une extrémité et un pivot horizontal à l'autre extrémité (figure 3.1 dessin 4). Pour que le bras conserve sa position horizontale, le poids de la masse d'inertie est compensé par un ressort. Une accélération de translation verticale déplace le sol (le châssis) mais ne déplace pas la masse qui est libre selon ce degré de liberté. Au début de la sismologie instrumentale, Galitzine (figure 3.7) propose cette configuration qui est encore largement utilisée de nos jours : les gravimètres LaCoste-Romberg, le STS-1V de Wielandt-Streckeisen, les composantes verticales des accéléromètres Episensor de chez Kinematics et de la série CMG3 de Güralp ...etc. La période propre du pendule vertical dépend de la raideur du ressort (coefficient de la force de rappel) et de la masse :  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{s}}$  mais ces deux paramètres ne

sont pas indépendants. On ne peut pas augmenter la masse et réduire la constante du ressort indéfiniment. Les meilleures périodes obtenues sont de l'ordre de 1 seconde. Nous verrons au chapitre VI, le procédé qui permet l'allongement de la période propre d'un tel pendule.



*Figure 3.7. Photo (empruntée au musée de la sismologie à Strasbourg) d'un sismomètre vertical construit par Galitzine au début du XX<sup>ème</sup> siècle.*

### 3.5 le pendule incliné ou mixte

La description, en sismologie, des trois mouvements de translation : vertical, nord-sud et est-ouest est bien adaptée à notre appréhension du monde physique. Remarquez que ce trièdre n'est pas direct, ce qui est bien navrant. Cette approche oblige les sismologues à mettre en œuvre deux études : un capteur vertical et un capteur horizontal (utilisé deux fois, orthogonalement l'un l'autre) de conception très différente. Cette différence pose des problèmes de continuité et de compatibilité entre les mesures quand on compare les amplitudes et les bandes passantes des enregistrements des mouvements de translation verticaux et horizontaux.

Certains sismologues (GalPerrin, Melton) orientent différemment le trièdre rectangle et proposent de construire un seul et unique capteur avec un bras incliné à  $54.7^\circ$  par rapport au plan horizontal. L'axe de sensibilité correspond à un des cotés d'un cube posé sur sa pointe. Trois de ces capteurs identiques à  $120^\circ$  l'un de l'autre dans le plan horizontal représentent une base orthonormée.



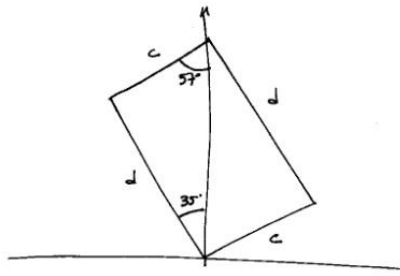


Figure 3.8. Vue de côté d'un cube posé sur sa pointe. La diagonale 'd' d'une face vaut  $d = \sqrt{2}c$  avec 'c' représentant le côté. Les angles de ce triangle valent  $\tan(\sqrt{2}) = 54.736^\circ$  et  $\tan(1/\sqrt{2}) = 35.264^\circ$ . A droite, photo d'une maquette montrant la géométrie du sismomètre type triaxial STS-2. Les trois pendules inclinés à  $35^\circ$ , par rapport à la verticale, sont à  $120^\circ$  l'un de l'autre dans le plan horizontal.

Il faut, bien sur, recomposer les trois composantes habituelles (vertical Z, nord-sud Y et est-ouest X) pour une utilisation habituelle par la rotation des composantes U, V et W. La matrice de rotation qui permet de passer des trois composantes U, V et W aux composantes X, Y et Z (est-ouest, nord-sud et vertical) est la suivante :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{3} & -\sqrt{3} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

Comme pour le pendule vertical, un ressort à spires ou à lame compense le poids de la masse d'inertie. Les pendules du STS-2 de Streckeisen, équipés de ressort à lame, ont une période propre d'environ 2 secondes (Wielandt, 2004).

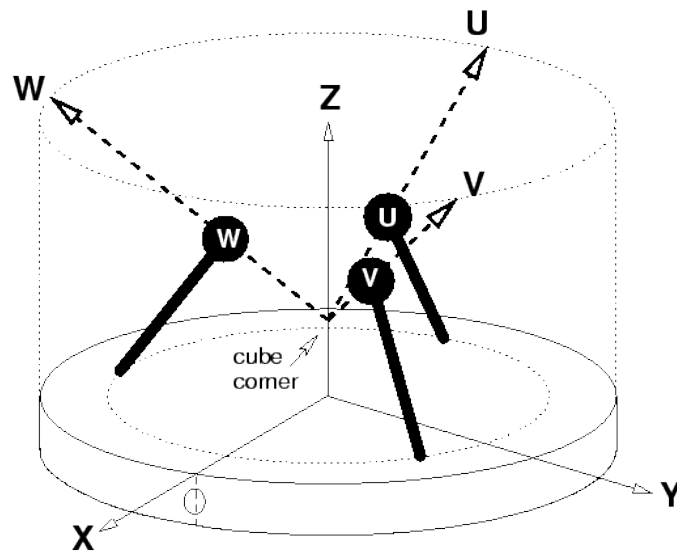


Figure 3.9. Vue schématique des trois composantes inclinées d'un sismomètre STS-2. Les trois axes de sensibilité U, V et W forment un repère orthogonal posé sur sa pointe. Schéma emprunté au manuel d'utilisation du STS-2 de Streckeisen.



Un pendule incliné se décompose (figure 3.10) conceptuellement en un pendule inverse (figure 3.1, dessin 2) et un pendule vertical (figure 3.1, dessin 3).

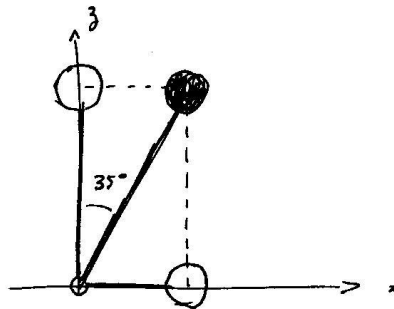


Figure 3.10. Décomposition théorique d'un pendule incliné en un pendule inverse et une pendule vertical.

### 3.6 le Garden-Gate

La masse d'inertie est fixée à l'extrémité d'un bras de longueur finie, placé horizontalement. L'axe de rotation du pivot est vertical, perpendiculaire au bras. Quand le châssis subit une accélération horizontale de translation, la composante orthogonale à la direction du bras n'agira pas sur la masse d'inertie puisqu'elle est libre selon ce degré de liberté. En réalité, c'est le degré de rotation autour de l'axe vertical qui est libre mais les faibles déplacements qui concernent la sismologie permettent de le confondre avec le degré de liberté de translation, au moins en première approximation. En d'autres termes, la petite rotation qu'effectue la masse autour de l'axe vertical est assimilée à un petit déplacement linéaire selon un axe perpendiculaire au bras du pendule.

Depuis plus d'un siècle, les sismologues utilisent cette configuration. Notons principalement, le pendule de Von Rebeur-Paschwitz qui enregistre le premier télé-séisme (chapitre IV). Les sismomètres Mainka qui ont équipés de nombreuses stations et construits autour d'une masse d'inertie de plus de 100 kg. Le fameux sismomètre Wood-Anderson qui entre dans la définition de la première magnitude définie par Richter, est lui aussi un capteur de ce type. Plus récemment, les STS-1H de Wielandt-Streckeisen et les composantes horizontales de l'accéléromètre Episensor de chez Kinematics sont basés sur ce design.

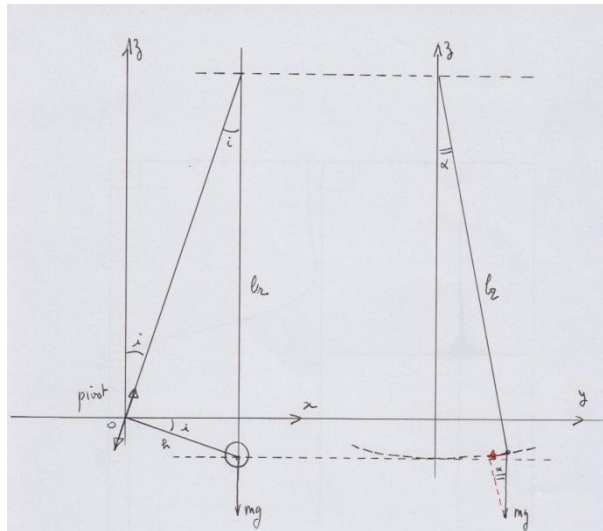


Figure 3.11. A gauche, dessin dans le plan vertical  $xOz$ , vue de coté et masse au repos, du pendule garden-gate. La longueur réduite ' $l_r$ ' du pendule est fixé par l'angle ' $i$ ' entre la verticale du lieu et l'inclinaison de l'axe du pivot. Cette longueur vaut :  $l_r = h/\sin i = h/i$ . A droite, représentation dans le plan vertical  $yOz$ , vue de face avec la masse en mouvement, de la trajectoire de la masse et de la force de rappel associée qui vaut  $F_{rappel} = mg \sin \alpha = mg y(t)/l_r = mg iy(t)/h$ .

En sismologie, la période propre du pendule est essentielle. Elle doit être un peu longue ( $> 1$  seconde) pour voir les ondes de surface et aussi parce qu'elle participe à la résolution du capteur (chapitre VI). La période est fixée par la valeur de la force de rappel qui ramène la masse à sa position d'équilibre. Plus cette force est forte, plus la masse revient rapidement à sa position d'équilibre et donc, plus sa période propre est courte. Il faut donc une force de rappel la plus faible possible pour avoir une période un peu longue. Le coefficient de la force de rappel qui agit sur la masse d'un garden-gate dépend du tilt ' $i$ ' (Rodgers, 1968). La période vaut :  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{h}{gi}}$ . L'angle  $i$  est l'angle entre la verticale du lieu et l'axe du pivot, mesuré dans le plan vertical défini par le bras du pendule. Cet angle est appelé 'angle de période'. C'est un tilt (rotation autour d'un axe horizontal). Pratiquement on atteint les périodes de 30 secondes avec des précautions instrumentales acceptables, correspondant à une longueur réduite d'environ 220 mètres.

Le tilt orthogonal permet le centrage de l'équipage mobile. Les pieds de réglage du châssis associé à ces tilts sont appelé respectivement 'pied de période' et 'pied de centrage'. Pour maintenir une longue période, le capteur doit être recouvert d'un capot et être à une température constante. Les pieds de réglage (période et centrage) sont équipés de moteurs qui tournent très lentement ou avec de moteurs pas à pas. La présence de l'opérateur à moins de quelques mètres perturbe le pendule.

### 3.7 les géophones horizontal et vertical

Ces deux cas correspondent à l'utilisation de bras de longueur infinie, ce qui revient à avoir une masse guidée en translation est laissée libre de se mouvoir selon un mouvement rectiligne vertical ou horizontal. Pratiquement, 6 attaches sont requises pour éviter des mouvements parasites selon les autres degrés de liberté (figure 3.12) et assurer un véritable mouvement de translation.



*Figure 3.12. Les 6 attaches d'un géophone sont nécessaires pour que la masse d'inertie se déplace parfaitement en translation selon un seul degré de liberté. Pratiquement ces attaches, regroupées par trois, sont parallèles à la circonférence de la masse (arc de cercle) et réalisées en acier à ressort (photo de droite).*

Les limites du déplacement de la masse dépendront de la longueur des attaches. En sismologie, les mouvements sont plutôt faibles et des longueurs de quelques centimètres sont parfaitement adaptées. La force de rappel appliquée à la masse hors de sa position d'équilibre par les 6 attaches, est importante et les géophones ont en général des fréquences propres élevées, supérieures à quelques Hz.

Le premier capteur de la sorte a été proposé par Benioff (1932) et repris par Willmore en sismologie et adapté à la prospection pétrolière sous la forme du géophone robuste et courte période. Les sismologues utilisent des géophones qui ont des périodes propres d'au moins 1 seconde. Willmore proposa l'application d'une force de compression le long d'une des attaches. Ainsi, en position hors équilibre, l'attache en compression pousse la masse hors équilibre contrairement aux autres attaches qui la ramènent. La force de rappel est légèrement réduite et la période propre augmentée. Cette méthode, assez peu efficace, est une adaptation de la force auxiliaire proposé par Romberg (1961) et décrite au paragraphe 3.2 du pendule simple.

Le modèle vertical est simplement agrémenté d'un ressort qui soutient la masse et même dans certains modèles, les 6 attaches sont suffisamment rigides pour remplir cette fonction.

Les géophones intègrent souvent le pendule et le transducteur (chapitre IV), ainsi, la masse d'inertie est constituée d'une bobine tenue par 6 attaches souples qui se déplace dans l'entrefer d'un aimant lié au châssis, comme dans la figure 3.13.

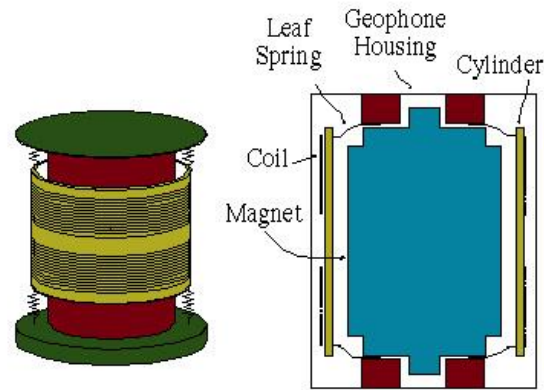


Figure 3.13. Schéma d'un géophone vertical emprunté à Barzilai (2000). La masse d'inertie est constituée de la bobine qui se déplace dans l'entrefer d'un aimant.

Remarque : Les inclinomètres longue base (ILB) sont constitués d'un tube horizontal long d'une centaine de mètres, rempli de liquide et d'une mesure du niveau du liquide à chaque extrémités. Ce design peut être assimilé à un géophone horizontal. Le liquide homogène constitue la masse guidée en translation dans le tube. Les forces de rappel sont très faibles voir inexistantes ce qui permet d'atteindre de très longue période. L'amortissement du liquide dans le tube est très important.

Nous avons vu les cas où le bras a une longueur finie (quelques centimètres) et une longueur infinie (géophones), voyons maintenant les cas où la longueur du bras est nulle.

### 3.8 les capteurs d'accélération angulaires

Le centre de gravité de la masse est en coïncidence avec l'axe du pivot. Cette configuration est très simple et seule la rotation autour de l'axe du pivot aura une influence sur le mouvement de la masse. Cette configuration permet d'avoir un seul et unique degré de liberté pour la masse, contrairement aux modèles précédents. L'axe du pivot pourra être horizontal pour des capteurs de tilt et d'accélération de tilt ou vertical pour des capteurs de l'accélération angulaire de torsion.

Ces appareils sont très peu utilisés en sismologie car la sismologie ne prend pas en compte les rotations. Cependant, les astrophysiciens qui recherchent des mesures très précises pour la mise en évidence des ondes gravitationnelles (projet LIGO, VIRGO..etc), ont besoin de telles mesures pour isoler leurs appareils des vibrations du sol.

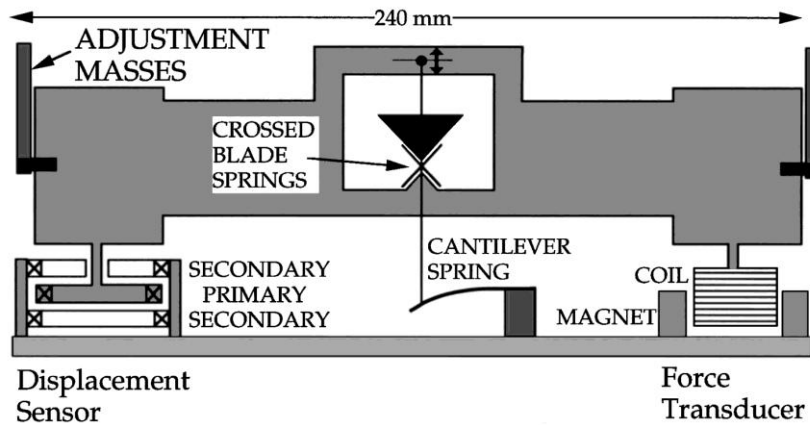


Figure 3.14. Schéma d'un capteur d'accélération angulaire d'axe horizontal. Le centre de gravité de la masse coïncide avec l'axe du pivot (crossed blade springs). La période propre du pendule est augmentée par une force auxiliaire générée par le 'spring cantilever'. Ce pendule est équipé d'un capteur de déplacement inductif et d'un forceur type aimant/bobine. Figure empruntée à Luiten et al., 1996.

### 3.9 masse d'inertie en lévitation

Le dernier cas répertorié est très dépouillé puisqu'il concerne une masse d'inertie en lévitation ou les notions de pivot et de bras n'ont plus de sens. L'utilisation d'un champ de force pour maintenir la masse en position de repos permet de nous affranchir des attaches mécaniques du ressort qui introduisent des couplages entre les différentes entrées énergétiques auquel le pendule réagit. Ces contraintes mécaniques nous imposaient de ne sélectionner qu'un seul degré de liberté par capteur, comme nous l'avons vu précédemment. Pour créer ce champ de force on utilise la lévitation d'une masse diamagnétique dans un champ magnétique, à très basse température ou à température ambiante.

Le **gravimètre supraconducteur GWR** (<http://www.gwrinstruments.com/>) est constitué d'une masse diamagnétique en lévitation dans un très fort champ magnétique généré par des bobines supraconductrices disposées dans la configuration de Helmholtz. La température de quelques Kelvin est maintenue constante dans un bain d'hélium liquide en ébullition. Seul le mouvement vertical de la masse d'inertie est contrôlé et mesuré par un capteur capacitif. Le pendule ainsi créé est caractérisé par une faible masse (quelques grammes) un très grand facteur de qualité augmenté par un vide partiel et d'une période propre mécanique probablement inférieure à une seconde. Une contre réaction électronique (CRE) est appliquée au pendule et la force de la CRE est exercée par une troisième bobine d'ajustement. Au final la résolution de ce capteur permet d'obtenir des mesures équivalentes à celles des gravimètres LaCoste-Romberg (Banka and Crossley 1999). Notons que ces appareils sont conçus pour la mesure des marées terrestres avec en particulier une très faible dérive longue période contrairement aux gravimètres mécaniques qui souffrent de fatigue de leurs éléments mécaniques (ressort) et donc de dérives à long terme.

Il est regrettable que les 6 degrés de liberté de la masse en lévitation n'aient pas été enregistrés conjointement. Evidemment, le problème technique qui est déjà délicat, se complique beaucoup mais l'enregistrement des rotations et des translations horizontales à très longues périodes auraient sans doute été d'un très grand apport scientifique.

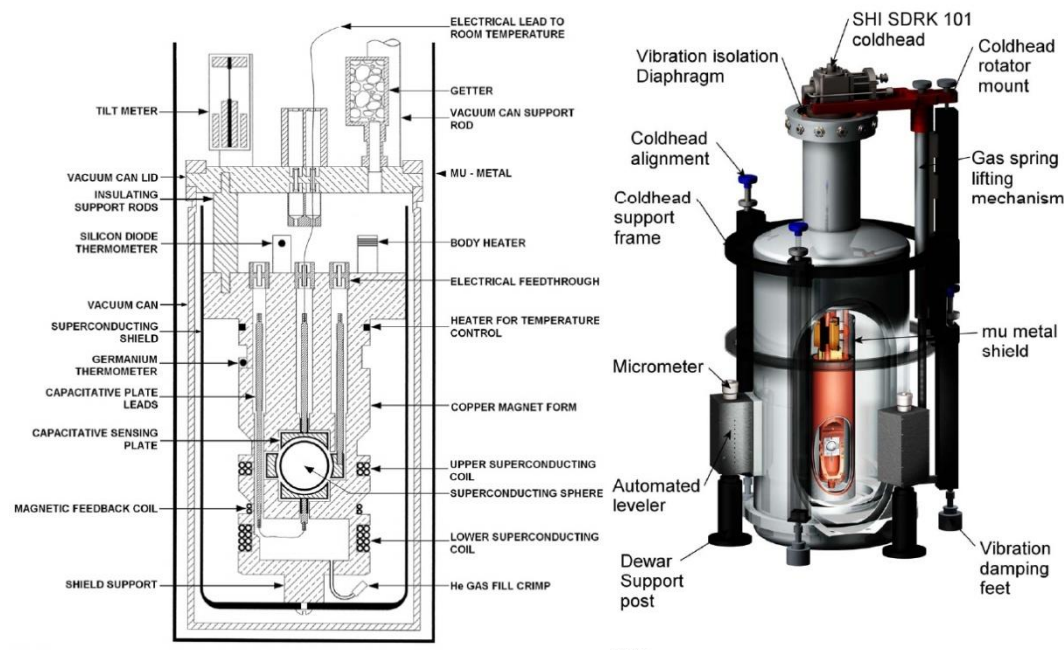


Figure 3.15. Schéma du cœur du gravimètre et vue d'artiste du vase de Dewar (équivalent à une bouteille Thermos) coupé du gravimètre supra conducteur GWR (illustrations empruntées à GWR instrument Inc.).

## Conclusion

Nous venons de passer en revue les 10 designs des capteurs à inertie. Les 7 premiers cas sont des constructions classiquement utilisés en sismologie alors que les trois derniers le sont plutôt par les physiciens et gravimétriciens. La lévitation de la masse d'inertie n'est utilisée que dans le cas des gravimètres supraconducteurs.